

Práctica 8: Semántica denotacional

1. Dar la semántica denotacional de los siguientes términos.
 - (a) $\lambda x : \text{nat}.0$
 - (b) $\mu x : \text{nat}.x$
 - (c) $\lambda x : \text{nat}.\lambda y : \text{nat}.y)x + 1$
 - (d) $(\lambda x : \text{nat}.0)(\mu x : \text{nat}.x)$
 - (e) **Fact**
 - (f) **Fact 2**
2. Si $\llbracket t \rrbracket_\theta = 0$, $\llbracket r \rrbracket_\theta = 0$ y $\llbracket s \rrbracket_\theta = \perp_{\mathbb{N}}$, ¿quién es $\llbracket \text{ifz } t \text{ then } r \text{ else } s \rrbracket_\theta$?
3. Dar la semántica operacional a grandes pasos, a pequeños pasos y la denotacional a los siguientes términos:
 - (a) $\lambda x : \text{nat}.x$
 - (b) $\lambda x : \text{nat} \Rightarrow \text{nat}.x$
 - (c) $\lambda x : \text{nat} \Rightarrow \text{nat}.\lambda y : \text{nat}.xy$
 - (d) $\text{let } x : \text{nat} \Rightarrow \text{nat} = \lambda x : \text{nat}.x + 1 \text{ in } x^3$
 - (e) $(\lambda x : \text{nat}.\mu x : \text{nat}.x + 1)((\lambda x : \text{nat}.x)^2)$
 - (f) $\mu f : \text{nat} \Rightarrow \text{nat}.\lambda n : \text{nat}.\lambda m : \text{nat}.\text{ifz } m \text{ then } 1 \text{ else } n \times fn(m - 1)$
4. Modificar la semántica denotacional incluyendo el elemento **error** en todo conjunto, con el fin de detectar la división por 0.
5. Extender la semántica denotacional con error, para PCF con pares.
6. Demostrar que para toda valuación θ válida en $FV(t) \cup FV(s)$ se tiene $\llbracket t[s/x] \rrbracket_\theta = \llbracket t \rrbracket_{\theta, x = \llbracket s \rrbracket_\theta}$ (lema de sustitución).
7. Demostrar el teorema de soundness.