

## Práctica 5: Polimorfismo

1. Dar el tipo más general a cada uno de los siguientes términos (sin usar el algoritmo de inferencia).

a)  $\lambda x.x$

b)  $(\lambda x.x + 1)2$

c)  $\lambda x.\lambda y.xy$

d)  $\text{let } x = \lambda x.x + 1 \text{ in } x3$

e)  $\text{let } x = \lambda x.x + 1 \text{ in } x(\lambda x.x)$

f)  $\text{fix } f.\lambda n.\lambda m.\text{ifz } m \text{ then } 1 \text{ else } n \times fn(m - 1)$

g)  $\lambda x.\lambda y.x(y + 1) + 2$

h)  $\text{let } x = \lambda x.x \text{ in } xx$

i)  $(\lambda x.x)(\lambda x.x)$

j)  $\lambda x.xx$

2. Extender PCF polimórfico con listas, como en la práctica 3, sólo que ahora usaremos el tipo `list` con un tipo como argumento. Así, escribimos `list[nat]` al tipo de listas de naturales, `list[nat  $\Rightarrow$  nat]` al tipo de las listas de funciones de naturales en naturales, y `list[list[nat]]` al tipo de las listas que como elementos tienen listas de naturales.

Escribir la función `map` que toma una función  $f$  y una lista, y aplica  $f$  a cada elemento de la lista. Dar un tipo para `map`

3. System F es un sistema de tipos polimórfico más general que el visto en clase. En System F el polimorfismo puede aparecer en cualquier lugar, sin restricciones (a excepción de la restricción de la introducción del cuantificador universal, que implica derivar el tipo  $\forall X.X$ ). En consecuencia, la inferencia se vuelve indecidible.

La gramática de tipos de System F es la siguiente:

$$A ::= X \mid \text{nat} \mid A \Rightarrow A \mid \forall X.A$$

a) Dar las reglas de tipado de System F.

b) Dar los tipos más generales, en System F, para los términos del punto 1.