

Práctica 4: Inferencia de tipos

1. Dar el tipo principal, y todos los tipos, de los siguientes términos.
 - a) $\lambda x.x$
 - b) $(\lambda x.x + 1)2$
 - c) $\lambda x.\lambda y.xy$
 - d) $\text{let } x = \lambda x.x + 1 \text{ in } x3$
 - e) $\text{let } x = \lambda x.x + 1 \text{ in } x(\lambda x.x)$
 - f) $\text{fix } f.\lambda n.\lambda m.\text{ifz } m \text{ then } 1 \text{ else } n \times f n(m - 1)$
 - g) $\lambda x.\lambda y.x(y + 1) + 2$
 - h) $\text{let } x = \lambda x.x \text{ in } xx$
 - i) $(\lambda x.x)(\lambda x.x)$
 - j) $\lambda x.xx$
2. Extender los algoritmos de Hindley y Robinson para la extensión de PCF con booleanos de la práctica anterior.
3. Extender los algoritmos de Hindley y Robinson para la extensión de PCF con pares de la práctica anterior.
4. Extender los algoritmos de Hindley y Robinson para la extensión de PCF con listas de la práctica anterior.
5. Extender PCF con árboles binarios, extendiendo: la gramática, la semántica operacional, las reglas de tipado y el algoritmo de inferencia de tipos. Los constructores deberían ser:

L_n : Una hoja con contenido n

T_{ntu} : Un árbol binario, con subárboles t y u y n en su nodo

$\text{ifLeaf } t \text{ then } u \text{ else } v$ Testea si es una hoja

$\text{content } t$: Contenido del nodo

$\text{left } t$: Subárbol izquierdo (reduce a t si es una hoja)

$\text{right } t$: Subárbol derecho (reduce a t si es una hoja)

6. En el caso general de un lenguaje sin variables ligadas, reemplazamos las primeras tres reglas del algoritmo de Robinson por las siguientes dos:
 - Si una ecuación tiene la forma

$$f(U_1, \dots, U_n) = f(V_1, \dots, V_n)$$

reemplazarla por las ecuaciones $U_1 = V_1, \dots, U_n = V_n$.

- Si una ecuación tiene la forma

$$f(U_1, \dots, U_n) = g(V_1, \dots, V_n)$$

done f y g son símbolos distintos, devolver error.

- a) En un lenguaje formado por un símbolo $+$ que toma dos argumentos y las constantes enteras:
- 1) ¿Tiene solución la ecuación $(2 + (3 + X)) = (X + (Y + 2))$?
 - 2) ¿Tiene solución la ecuación $X + 2 = 4$?
 - 3) ¿Cuál es la diferencia entre las dos ecuaciones anteriores y lo que aprendimos en la escuela?
- b) Usar la semántica operacional de PCF para definir otra noción de solución que coincida con lo que vimos en la escuela, y mostrar que $X + 2 = 4$ tiene solución en ese caso.